ورقة عمل التابع اللوغاريتمي (1)

السؤال الأول: أوجد مجموعة تعريف التوابع الآتية:

$\boxed{2}$ $f(x) = \ln^2 x$	$\boxed{1}$ $f(x) = \ln x^2$
$\boxed{4}$ $f(x) = \ln x^3$	$\boxed{3}$ $f(x) = \ln(x^2 - x - 42)$
$\boxed{6}$ $f(x) = \ln[\ln x]$	$\boxed{5}$ $f(x) = \ln(x^2 - x) + \ln(x + 1)$

....

السؤال الثاني: بسط العبارات الآتية:

$\boxed{2}$ $D = \ln[(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})]$	$\boxed{1}$ $E = \ln \sqrt[3]{e} + \ln \sqrt[3]{e^2}$
$\boxed{4}$ $H = \ln 25 - \ln \sqrt{45} + \ln \sqrt{15} - \ln \sqrt{105} + \ln \sqrt{63}$	$\boxed{3}$ $G = \ln 144 - \ln 4 + \ln \frac{1}{12} - \ln 3$

....

السؤال الثالث: بفرض $A = 5^{\frac{-1}{\ln 5}}$, $B = 5^{\frac{1}{\ln 5}}$

أثبت أن $A + B = \frac{e^2+1}{e}$

....

السؤال الرابع: أوجد حل كل معادلة أو متراجحة فيما يأتي:

$\boxed{1}$ $\ln(x^2) + \ln\left(\frac{1}{x}\right) < \ln(x + 1) + \ln(x - 1)$

$\boxed{2}$ $\ln(x^2 - 3x) \geq 2\ln(6 - x)$

$\boxed{3}$ $3\ln(x + 1) = \ln x + \ln(x^2 - 1)$

$\boxed{4}$ $\ln(x^2 - 3x) \leq \ln x^2$

....

السؤال الخامس: أثبت أنه لأياً كان $x \in R$ تتحقق المساواة الآتية:

$$2x^3 - 3x^2 - 17x + 30 = (x - 2)(2x^2 + x - 15)$$

ثم استفيد من هذه المساواة في حل المعادلة الآتية: $2\ln x + \ln(2x - 3) = \ln(17x - 30)$

....

<u>التابع اللوغاريتمي: $\ln(x)$</u>

يوجد تابع وحيد يحقق: معرف واشتقاقي على $]0,+\infty[$ وينعدم عند الواحد ومشتقه $\frac{1}{x}$

$$\ln x \ : \ ]0,+\infty[\ \to R$$

$\ln(+) =$ شو ما كان

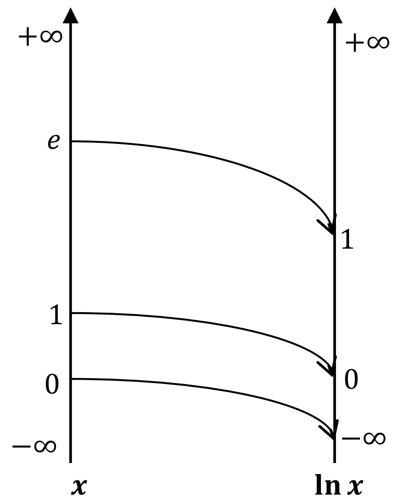
قواعد:

$$\ln x = y \quad \Leftrightarrow \quad x = e^y$$

بفرض $\ln e^x = x \quad : \quad x \in R$

$$\ln\frac{1}{e} = -1 \quad , \quad \ln 1 = 0 \quad , \quad \ln e = 1$$

$(\ln x)' = \frac{1}{x} > 0$ فالتابع اللوغاريتمي متزايد تماماً .



$0 < x < 1$	$\Leftrightarrow$	$\ln x < 0$
$x = 1$	$\Leftrightarrow$	$\ln x = 0$
$x > 1$	$\Leftrightarrow$	$\ln x > 0$

$x > \ln x$

<u>خواص التابع اللوغاريتمي:</u>

أياً كان العددان الحقيقيان الموجبان تماماً b, a عندئذ:

- $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$
- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$
- $\ln\left(\frac{1}{b}\right) = \ln 1 - \ln b = -\ln b$
- $\ln(a^n) = n\ln a \quad : n \in N^* \ , a > 0$
- $\ln(\sqrt{a}) = \ln(a)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\ln a$

مبرهنات في نهايات التابع اللوغاريتمي:

- $\lim\limits_{x\to0} \ln x = -\infty \quad , \quad \lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad , \quad \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{\ln x} = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to0} x\ln x = 0 \quad , \quad \lim\limits_{x\to0} x^n \ln x = 0 \quad ; n \in N^*$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1 \quad , \quad \lim\limits_{x\to0} \frac{x}{\ln(1+x)} = 1$
- $\lim\limits_{x\to1} \frac{\ln x}{x-1} = 1 \quad , \quad \lim\limits_{x\to1} \frac{x-1}{\ln x} = 1$

<u>تذكر:</u>

$\ln(1) = 0 \qquad \ln(e) = 1$

$\ln(2) \approx 0.7 \qquad \ln(3) \approx 1.1$

$\ln(4) \approx 1.4$

$e \approx 2.7 \qquad e^2 \approx 7.2$